Fundamentos da Matemática

numeroimaginario.com.br

03 Tamanho relativo de conjuntos

Número Imaginário

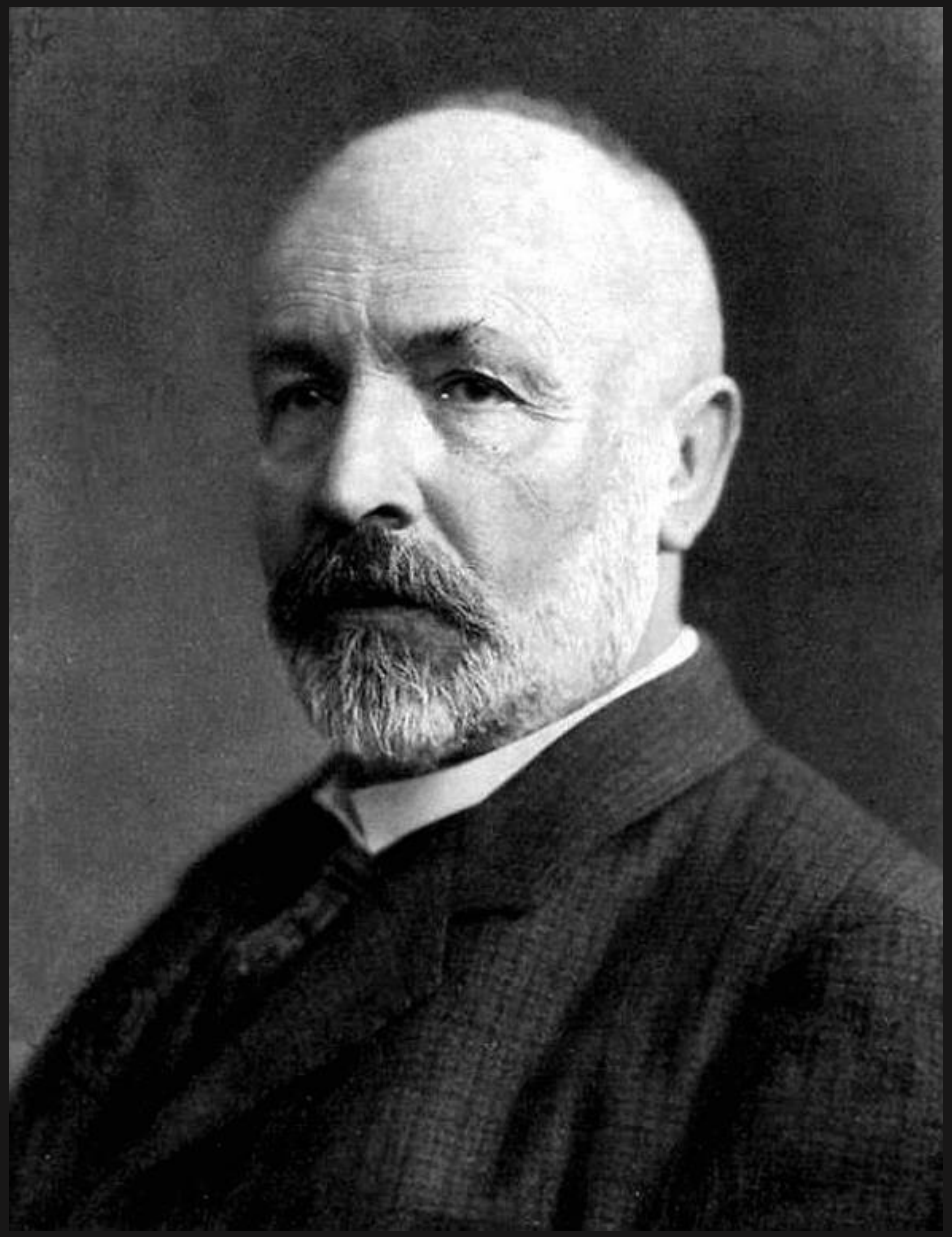
numeroimaginario
.com
.br

Introdução

$\Omega \omega \Omega \omega$

$\aleph \aleph$

Georg Cantor (1845, Rússia – 1918, Alemanha)



Introdução

David Hilbert (1862, Alemanha – 1943, Alemanha)

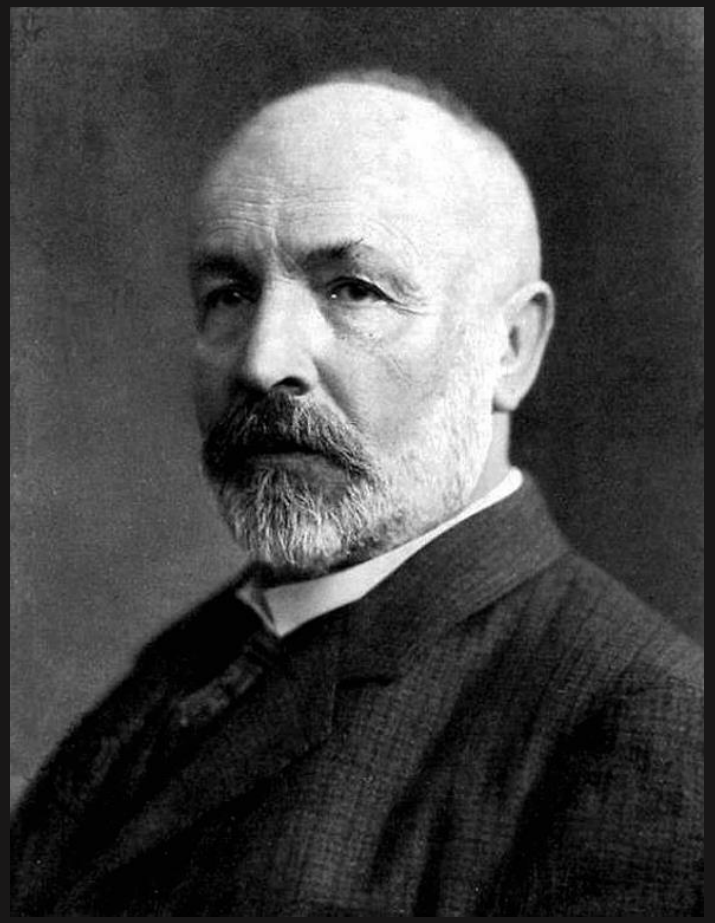
“Ninguém nos expulsará do paraíso que Cantor criou para nós”

Introdução

1868: doutorado pela Univ. de Berlim

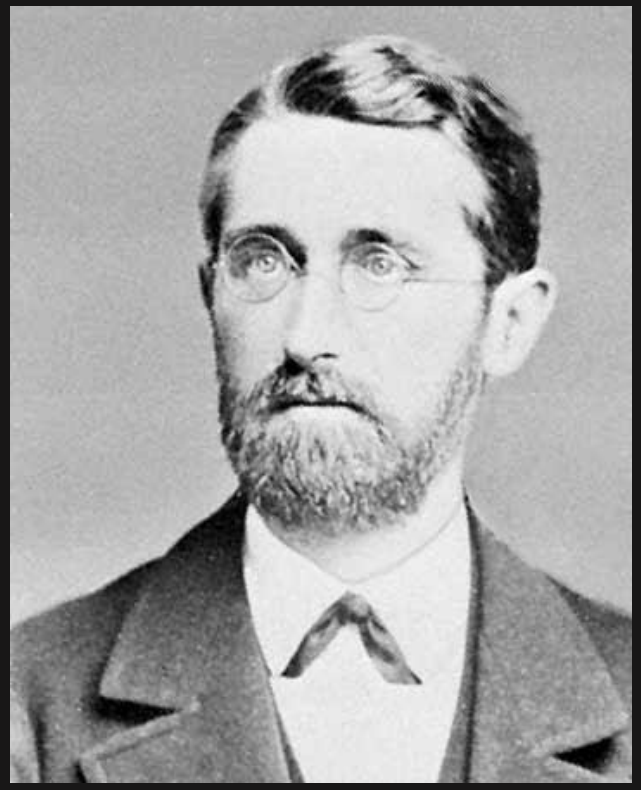
1870: *privatdozent* na Univ. de Halle

1870: Demonstração da unicidade da representação em série trigonométria de uma função contínua em um intervalo.



Georg Cantor (1845, Rússia – 1918, Alemanha)

O Problema das Potências



"o contínuo é mais rico em pontos do que o domínio dos racionais em números."

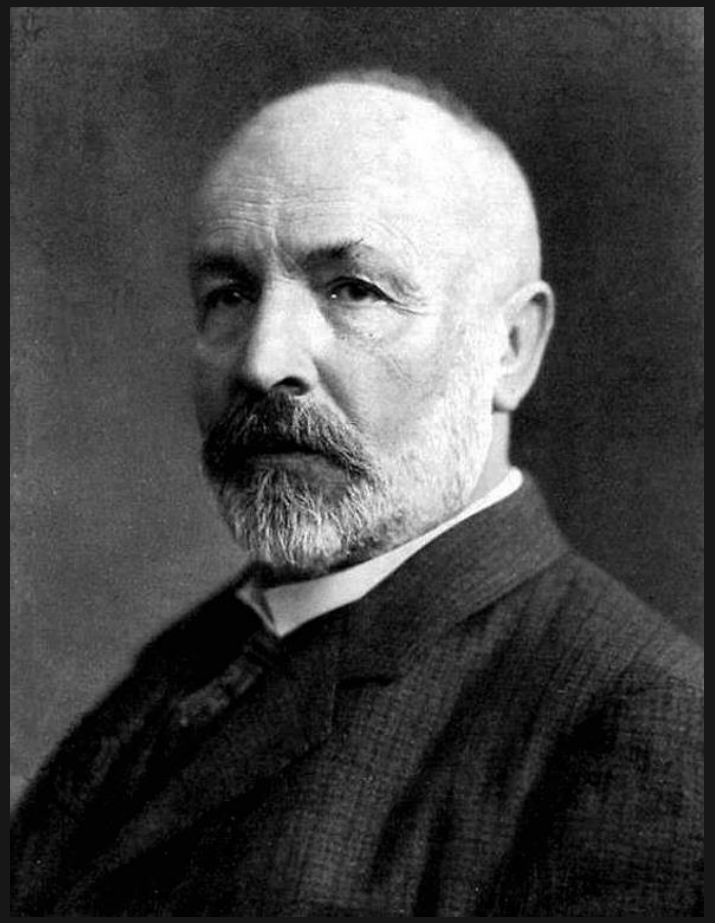
Richard Dedekind

(1831, Alemanha – 1916, Império Alemão)

O Problema das Potências

1874: nenhuma sequência enumerável de números reais pode conter todos os números reais.

1878: dois conjuntos A e B possuem a mesma <u>*potência*</u> se e somente se existe uma correspondência bijetora entre A e B.



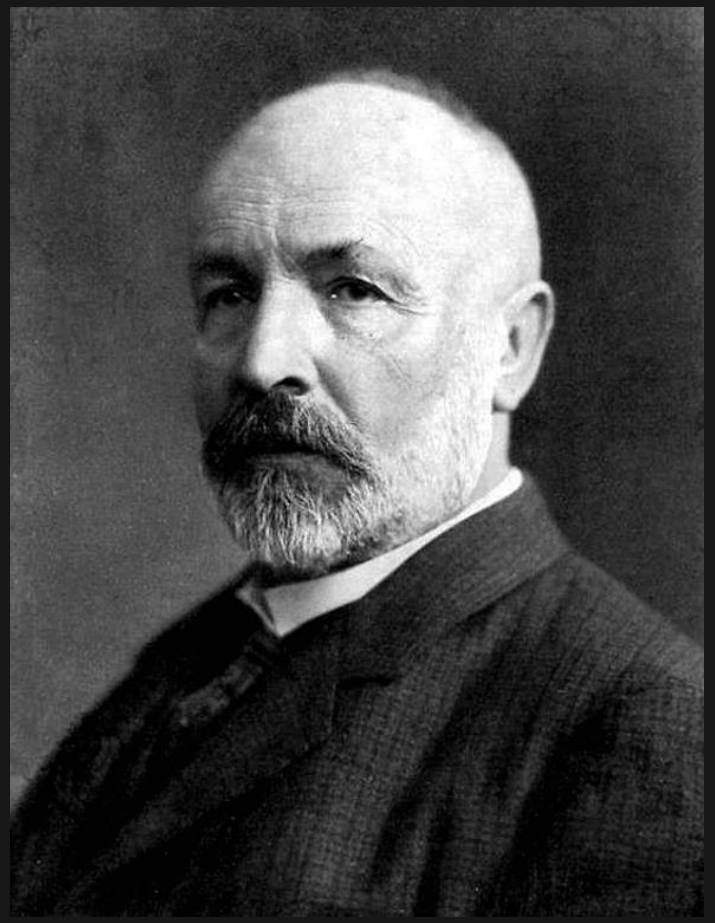
Georg Cantor (1845, Rússia – 1918, Alemanha)

O Problema das Potências

1874: os conjuntos dos números inteiros, racionais e algébricos possuem a mesma potência que o conjunto dos números naturais.

1878: todos os intervalos euclidianos de qualquer dimensão possuem a mesma potência que qualquer intervalo da reta.

Hipótese do contínuo: qualquer subconjunto da reta real ou possui a mesma potência que o conjunto dos números naturais ou possui a mesma potência da reta toda.

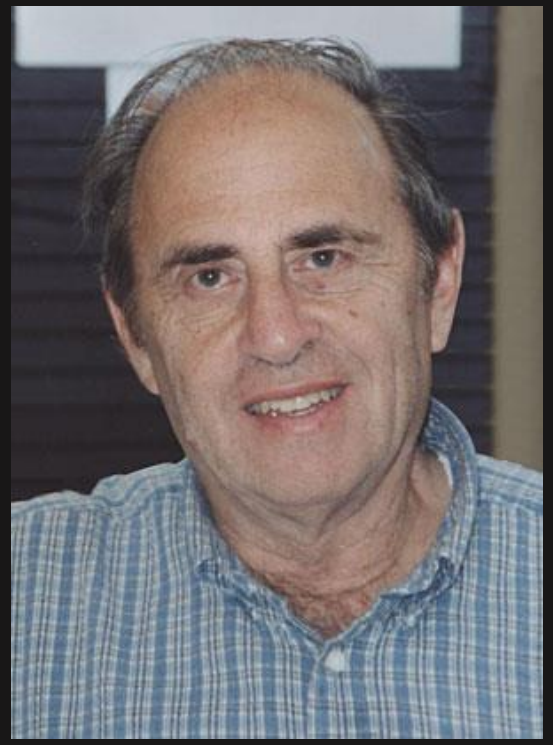


Georg Cantor (1845, Rússia – 1918, Alemanha)

O Problema das Potências

1938: Se ZFC é consistente, então ZFC+HC (hipótese do contínuo) é consistente. (Gödel)

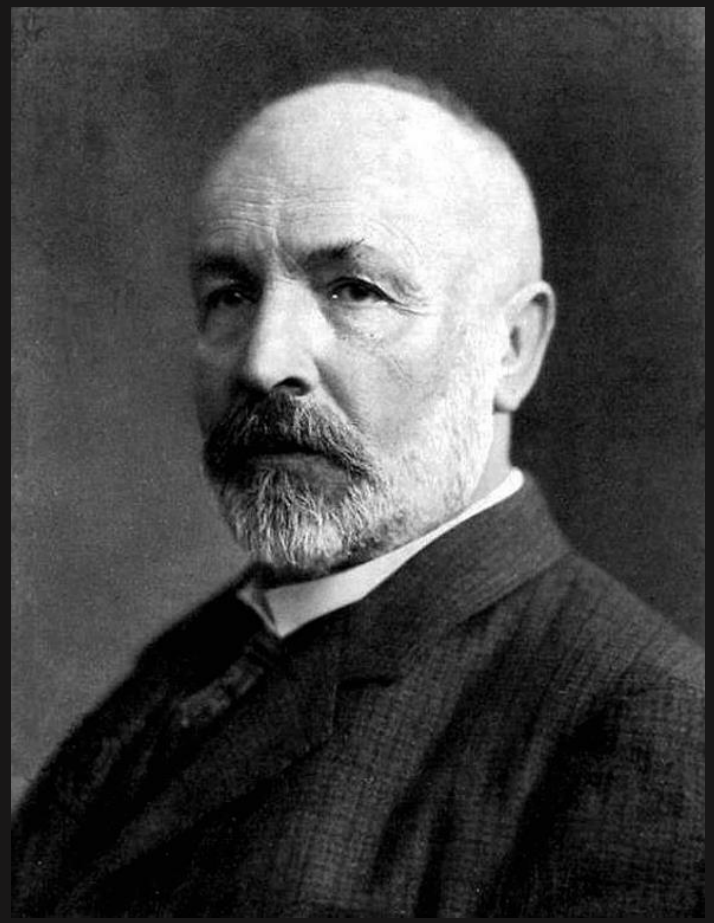
Kurt Gödel (1906, República Checa – 1978, EUA)



1963: Se ZFC é consistente, então ZFC+ (¬ HC) é consistente. (Cohen)

Paul Cohen (1934, EUA - 2007, EUA)

O Problema das Potências



1880-1895: teoria dos números transfinitos

1895-1897: a potência de qualquer conjunto A é estritamente menor do que a potência do conjunto $\mathcal{P}(A)$ das partes de A. (Teorema de Cantor)

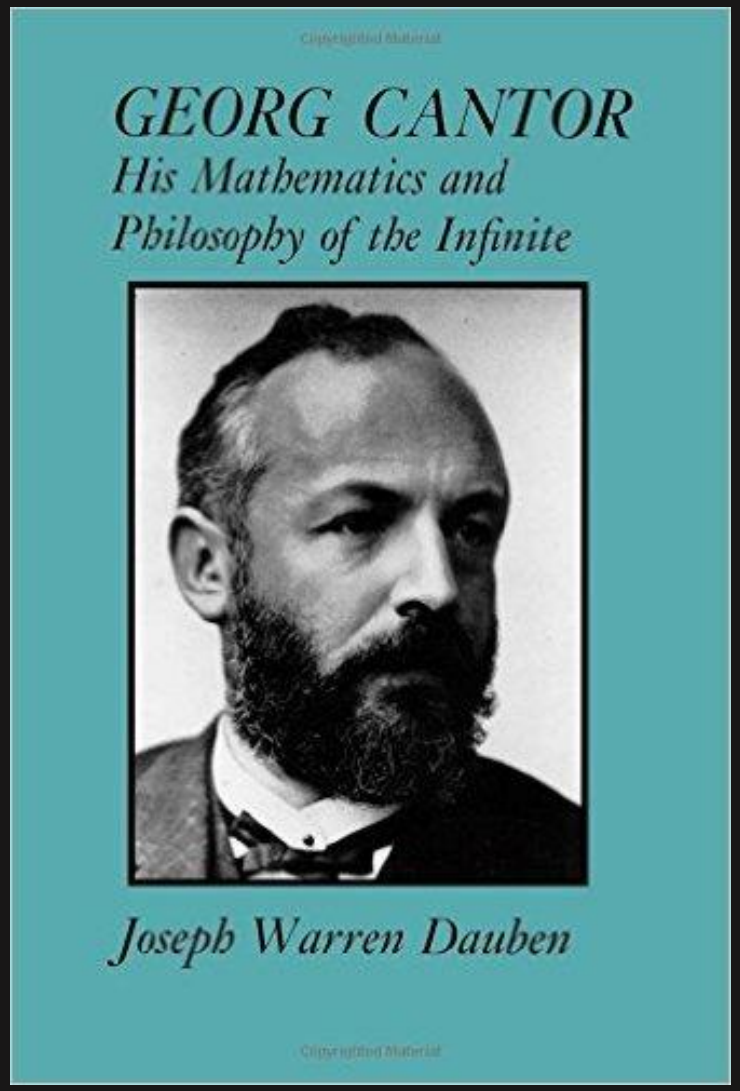
Potência $(A) <$ Potência $\mathcal{P}(A) <$ Potência $\mathcal{P}(\mathcal{P}(A)) < \ldots$

Georg Cantor (1845, Rússia – 1918, Alemanha)

Sugestões de leitura

Artigo "*Georg Cantor and the battle for transfinite set theory*", do Joseph Dauben (link da descrição do vídeo).

Livro do Joseph Dauben: "*Georg Cantor: his mathematics and philosophy of infinite*".



Fundamentos da Matemática

numeroimaginario.com.br

03 Tamanho relativo de conjuntos